

令和4年度 専攻科入学試験問題及び解答用紙 (学力)

数学

受験番号

1. 以下の問に答えよ。答えのみを空欄に記せ。

[配点 56点]

(1) 3辺の長さが7, 3, 5である三角形に対して, 外接円の半径を求めよ。

(1)

(2) 赤玉5個, 青玉3個が入っている袋から, 玉を1個取り出し, それを元に戻さないで, 続いてもう1個取り出す。1回目に青玉が出たとき, 2回目に赤玉が出る確率を求めよ。

(2)

(3) 関数 $y = \left\{ \log_2 \left(\frac{x}{4} \right) \right\}^2 - \log_2(x^2) + 6$ の $2 \leq x \leq 16$ における最小値, およびそのときの x の値を求めよ。

(3)

(4) $\vec{OA} = (-2, 1, 3)$, $\vec{OB} = (-3, 1, 4)$, $\vec{OC} = (-3, 3, 5)$ とするとき, \vec{AB} , \vec{AC} に垂直な単位ベクトルを求めよ。

(4)

(5) 焦点が $(1, 0)$, $(-1, 0)$ で, この2点から距離の和が6となる楕円の方程式を求めよ。

(5)

(6) 初めは原点にある動点 P の t 秒後の座標 $(x(t), y(t))$ が

$$x(t) = e^t \cos(t) - 1, \quad y(t) = e^t \sin(t) \quad (t \geq 0)$$

で与えられる。 P が出発後2度目に x 軸の正の部分に到達するまでに P が動く道のりを求めよ。

(6)

(7) 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{n} + \frac{n}{n^2+1} + \frac{n}{n^2+2} + \cdots + \frac{n}{n^2+(n-1)^2} \right\}$ を求めよ。

(7)

(8) $y(x)$ の1階微分方程式 $y' = -y^2 - x$ に対して, 変数変換 $y = \frac{u'}{u}$ を用いて $u(x)$ が満たす2階微分方程式を導出せよ。

(8)

令和4年度 専攻科入学試験問題及び解答用紙 (学力)

数学

受験番号

2. $3x + 2y + z = -1$ のとき, $x^2 + 2y^2 + 3z^2$ の極値および, そのときの x, y, z の値を求めよ。

[配点16点]

[解答欄]

令和4年度 専攻科入学試験問題及び解答用紙 (学力)

数学

受験番号

3. xy 平面上の領域 $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \geq 0\}$ に対して,2重積分 $I = \iint_D e^{-(x^2+y^2)} dx dy$ の値を以下の間に沿って求めよ。 [配点 12点](1) 極座標変換 $x = r \cos(\theta)$, $y = r \sin(\theta)$ を用いて, 領域 D を $r\theta$ 平面上の領域 E に書き換えよ。また, ヤコビアン $J = \frac{\partial(x, y)}{\partial(r, \theta)}$ を求めよ。

[解答欄]

(2) 2重積分 I の値を求めよ。

[解答欄]

令和4年度 専攻科入学試験問題及び解答用紙 (学力)

数学

受験番号

4. 漸化式 $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$, 初期条件 $a_0 = 0, a_1 = 1$ で定まる数列 $\{a_n\}$ に対して,
$$\begin{pmatrix} a_{n+2} \\ a_{n+1} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} a_{n+1} \\ a_n \end{pmatrix}$$
 を満たす 2×2 行列 A を考える。ただし, A の成分は実数の定数である。

次の間に答えよ。

[配点 16 点]

- (1) A を求めよ。また, A の固有値を求めよ。

[解答欄]

- (2) A^n (n は自然数) を求めよ。

[解答欄]

- (3) 一般項 a_n を求めよ。

[解答欄]